

COURS	LOGIQUE COMBINATOIRE	CLASSE : TS .
—	OPERATIONS BOOLEENES	
—	OU LOGIQUES	DATE : / /

1. Propriétés et opérations élémentaires.

• **Commutativité :** Pour le ET : $S = a \cdot b$ peut s'écrire : $S =$
 Pour le OU : $S = a + b$ peut s'écrire : $S =$

• **Associativité :** Pour le ET : $S = a \cdot (b \cdot c)$ peut s'écrire : $S = () \cdot$
 Pour le OU : $S = a + (b + c)$ peut s'écrire : $S = () +$

• **Distributivité :** De la multiplication par rapport à l'addition
 $S = a \cdot (b + c)$ peut s'écrire : $S = (a \cdot b) + ()$
 De l'addition par rapport à la multiplication
 $S = a + b \cdot c$ peut s'écrire : $S = () \cdot (a + c)$

• **Complémentation :**

$\begin{matrix} a \\ \bar{a} \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} \& \\ \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} S \\ = \\ a \cdot \bar{a} \end{matrix}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>a</td><td>\bar{a}</td><td>S</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td></td></tr> </table>	a	\bar{a}	S	0	1		1	0		<p style="text-align: center;">$S =$ La sortie n'est jamais validée, l'opérateur est inutile</p>
a	\bar{a}	S									
0	1										
1	0										
$\begin{matrix} a \\ \bar{a} \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} \geq 1 \\ \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} S \\ = \\ a + \bar{a} \end{matrix}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>a</td><td>\bar{a}</td><td>S</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td></td></tr> </table>	a	\bar{a}	S	0	1		1	0		<p style="text-align: center;">$S =$ La sortie est toujours validée, l'opérateur est inutile</p>
a	\bar{a}	S									
0	1										
1	0										

• **Idempotence :**

$\begin{matrix} a \\ a \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} \& \\ \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} S \\ = \\ a \cdot a \end{matrix}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>a</td><td>a</td><td>S</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td></td></tr> </table>	a	a	S	0	0		1	1		<p style="text-align: center;">$S =$ L'opérateur n'est pas nécessaire</p>
a	a	S									
0	0										
1	1										
$\begin{matrix} a \\ a \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} \geq 1 \\ \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} S \\ = \\ a + a \end{matrix}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>a</td><td>a</td><td>S</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td></td></tr> </table>	a	a	S	0	0		1	1		<p style="text-align: center;">$S =$ L'opérateur n'est pas nécessaire</p>
a	a	S									
0	0										
1	1										

• **Élément neutre :**

$\begin{matrix} a \\ 0 \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} > 1 \\ \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} S \\ = \\ a + 0 \end{matrix}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td>a</td><td>S</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td></td></tr> </table>		a	S	0	0		0	1		<p style="text-align: center;">$S =$ L'opérateur n'est pas nécessaire</p>
	a	S									
0	0										
0	1										
$\begin{matrix} a \\ 1 \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} \& \\ \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} S \\ = \\ a \cdot 1 \end{matrix}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td>a</td><td>S</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td></td></tr> </table>		a	S	1	0		1	1		<p style="text-align: center;">$S =$ L'opérateur n'est pas nécessaire</p>
	a	S									
1	0										
1	1										

• **Élément absorbant :**

$\begin{matrix} a \\ 0 \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} \& \\ \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} S \\ = \\ a \cdot 0 \end{matrix}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td>a</td><td>S</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td></td></tr> </table>		a	S	0	0		0	1		<p style="text-align: center;">$S =$ La sortie n'est jamais validée, l'opérateur est inutile</p>
	a	S									
0	0										
0	1										
$\begin{matrix} a \\ 1 \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} \geq 1 \\ \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} S \\ = \\ a + 1 \end{matrix}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td>a</td><td>S</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td></td></tr> </table>		a	S	1	0		1	1		<p style="text-align: center;">$S =$ La sortie est toujours validée, l'opérateur est inutile</p>
	a	S									
1	0										
1	1										

• **Résumé :**

RESUME		
$\begin{matrix} S = a \cdot a \\ S = a + a \\ S = a \cdot 1 \\ S = a + 0 \end{matrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix} \begin{matrix} S = \\ \end{matrix}$	$\begin{matrix} S = a \cdot \bar{a} \\ S = a \cdot 0 \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} S = \\ \end{matrix}$	$\begin{matrix} S = a + \bar{a} \\ S = a + 1 \end{matrix} \begin{matrix} \\ \end{matrix} \begin{matrix} S = \\ \end{matrix}$

• **Absorption :** $S = a + (b \cdot a)$ se simplifie par : $S =$
 $S = a \cdot (b + a)$ se simplifie par : $S =$

• **Involution :** $S = \bar{\bar{a}}$ se simplifie par : $S = a$
 $S = \bar{\bar{\bar{a}}}$ se simplifie par : $S = \bar{a}$

• **Inclusion :** $S = (a \cdot b) + (a \cdot \bar{b})$ se simplifie par : $S = a$

2. Relations fondamentales.

Comme les opérations élémentaires, ces relations fondamentales permettent des simplifications d'équations logiques.

$a + \bar{a} \cdot b \equiv$ $a + a \cdot b \equiv$ $a \cdot b + \bar{a} \cdot c \equiv$ $a + b \cdot c \equiv$
--

3. Théorèmes de De Morgan.

• **Complémentation d'un produit logique :**
 Le complément d'un produit logique est égal à la somme logique des facteurs complémentés de ce produit. $S =$

• **Complémentation d'une somme logique :**
 Le complément d'une somme logique est égal au produit logique des termes complémentés de cette somme. $S =$